

Traitement du Signal*Examen 2^{ème} session (Durée : 1h45)***Exercice I : (Transformée de Fourier)**

Calculer les transformées de Fourier des deux signaux suivants :

$$x(t) = e^{-at} \cos(2\pi f_0 t) \cdot u(t) ; \text{ avec } a > 0$$

$$y(t) = e^{-6t} \sin(2\pi f_0 t) \cdot u(t)$$

$u(t)$ est la fonction Heaviside (Echelon unitaire)

Exercice II (Transformée de Fourier et intercorrélation de signaux déterministes) :

Soit le signal $g_1(t)$ suivant : $g_1(t) = a \cdot \exp(-a t) u(t)$; avec $a > 0$ et $u(t)$ l'échelon unitaire.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases}$$

1. S'agit-il d'un signal à énergie finie ou à puissance moyenne finie ? justifiez votre réponse en calculant l'énergie de $g_1(t)$.
2. Calculer $G_1(f)$, la Transformée de Fourier de $g_1(t)$.

3. Calculer l'intercorrélation de $g_2(t)$ avec $g_1(t)$: $\Gamma_{g_2 g_1}(\tau)$

$$\text{Avec : } g_2(t) = \exp(-a(t-5)) u(t-5) = \frac{g_1(t-5)}{a}$$

Exercice III (système numérique invariant dans le temps) :

Un système linéaire invariant dans le temps et causal est décrit par l'équation de récurrence suivante :

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = x[n]$$

Où $x(n)$ est l'entrée du système et $y(n)$ sa sortie.

- (1) Trouvez la fonction de transfert du système $H(z) = Y(z)/X(z)$. Donnez sa région de convergence.
- (2) Trouvez la réponse impulsionnelle du système ($h(n)$)
- (3) Ce système est-il stable ou instable
- (4) Quelle serait la réponse de ce système pour une entrée : $x(n) = \frac{1}{2} \delta(n)$

Où $\delta(n)$ est l'impulsion de Dirac.