

Traitement du Signal*Examen 1^{ère} session (Durée : 2 heures)**Cours et TDs autorisés***Exercice I :** (Transformée en Z inverse)

Un signal $x(n)$ a pour transformée en Z, $X(z)$ suivante :

$$X(z) = \frac{z}{(z - 0.25)(z - 0.5)}$$

(1) Si sa Région de Convergence (RdC) est telle que $|z| > 0.5$

1.a Trouver $x(n)$

1.b $x(n)$ est-il stable ?

(2) Si sa Région de Convergence (RdC) est telle que $|z| < 0.25$

2.a Trouver $x(n)$

2.b $x(n)$ est-il stable ?

(3) Si sa Région de Convergence (RdC) est telle que $0.25 < |z| < 0.5$

3.a Trouver $x(n)$

3.b $x(n)$ est-il stable ?

Exercice II : (La distribution de Dirac)

Simplifiez les expressions suivantes autant que possible.

a) $h(t) = \int_{-\infty}^t 3 \delta(\tau + 3) d\tau$

b) $g(t) = \int_{-4}^{\infty} (2\tau - 4) \delta(\tau + 1) d\tau$

c) $k(t) = \sin(5\pi t) * \delta\left(t - \frac{2}{5}\right)$. (ici, « * » désigne un produit de convolution)

c) $m(t) = \cos(5\pi t) \cdot \delta\left(t - \frac{2}{5}\right)$. (ici, « . » désigne un produit simple = une multiplication)

Exercice III : (Produit d'intercorrélation)

Soit deux fonctions $h(t)$ et $g(t)$ définies par:

$$h(t) = e^{-at} ; a > 0 ; g(t) = u(t) - u(t - 3); u(t) \text{ est l'échelon unitaire (Heaviside)}$$

(1) Tracer les fonctions $h(t)$ et $g(t)$

(2) Calculez l'énergie de $h(t)$ et de $g(t)$

(3) Calculez l'intercorrélation : $\Gamma_{hg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) g(\tau - t) d\tau$

Exercice IV : (Transformée en Z)

Trouvez les transformées en Z et les régions de convergences des signaux suivants :

(1) $x(n) = 2 \delta(n+3)$

(2) $x(n) = 4u(n-2)$

(3) $x(n) = 2^{-n} u(-n)$